Справочник для решения заданий B8

- ***Механический смысл производной.***

Производная функции $f(t)$ в точке t равна скорости движения, определяемого законом движения $s = f(t)$, т.е. $s' = v$.

Ускорение прямолинейного движения находится по формуле $s'' = a$ или $v' = a$.

- ***Нахождение интервалов возрастания и убывания функции.***

Справедливы следующие утверждения:

  - Если функция $f(x)$ во всех точках некоторого интервала имеет производную $f'(x) > 0$, то она ***возрастает*** на этом интервале.
  - Если функция $f(x)$ во всех точках некоторого интервала имеет производную $f'(x) < 0$, то она ***убывает*** на этом интервале.

- ***Правило исследования функции $y = f(x)$ на экстремум:***

  - Найти область определения функции.
  - Найти $f'(x)$.
  - Найти критические точки.

Критическими называются точки, принадлежащие области определения функции, в которых $f'(x) = 0$ или не существует.

  - Отметить на координатной прямой область определения функции $y = f(x)$ и все критические точки, принадлежащие этой области.
    Получатся промежутки области определения функции, на каждом из которых производная $f'(x)$ сохраняет постоянный знак.
  - Определить знак y' на каждом из промежутков.
  - Сделать выводы о наличии или отсутствии экстремума в каждой из критических точек в соответствии с условиями:

если в точке x_i производная меняет знак с плюса на минус, то x_i есть точка ***максимума***;

если в точке x_i производная меняет знак с минуса на плюс, то x_i есть точка ***минимума***;

если в точке x_i производная не меняет знака, то x_i не является точкой экстремума.

  - Найти экстремумы функции, т.е. значения функции в точках минимума и максимума.

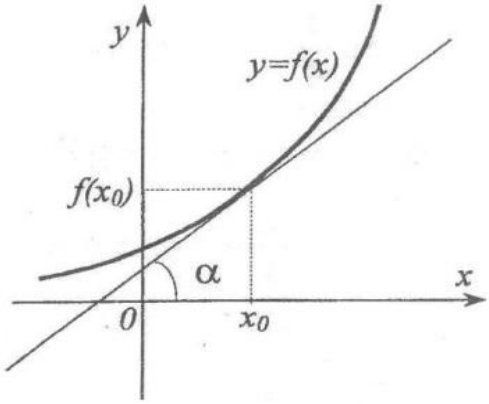
- ***Наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.***

Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, то на этом отрезке она достигает своих наибольшего и наименьшего значений.

Для отыскания наименьшего и наибольшего значений следует:

1) найти производную функции $f'(x)$;
2) найти все критические точки функции, лежащие внутри промежутка;
3) вычислить значения функции в этих точках и на концах промежутка;
4) из всех полученных таким образом чисел выбрать наибольшее и наименьшее.

- ***Касательная к графику функции:***



уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ имеет вид

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0),$$

где x_0 - абсцисса точка касания;

$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$ угловой коэффициент касательной (или тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ох).